

Barème

**Exercice 1 : (1,5 points)**

- 0,5 ① - Vérifier que pour tout  $x$  de  $\mathbb{R} : (x-4)(x-2) = x^2 - 6x + 8$ .
- 1 ② - En déduire dans  $\mathbb{R}$ , les solutions de l'équation :  $e^{2x} - 6e^x + 8 = 0$ .

**Exercice 2 : (4 points)**

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite définie par : 
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 2 \end{cases} ; (\forall n \in \mathbb{N}).$$

- 0,5 ① - Calculer  $u_1$  et  $u_2$ .
- ② - On pose :  $(\forall n \in \mathbb{N}) : v_n = u_n - \frac{3}{8}$ .
- 0,25 a - Calculer  $v_0$ .
- 1 b - Montrer que  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite géométrique de raison  $\frac{1}{4}$ .
- c - calculer  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  en fonction de  $n$ .
- 1,5 puis déduire que :  $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_n = \frac{8}{3} \left( 1 - \left( \frac{1}{4} \right)^n \right)$ .
- 0,75 d - Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

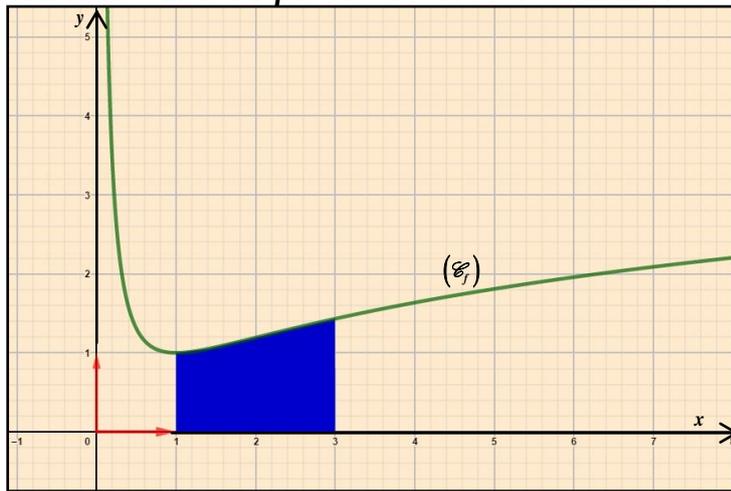
**Exercice 3 : (10 points)**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $]0, +\infty[$  par :  $f(x) = \frac{1}{x} + \ln x$ .

Et  $(\mathcal{C}_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

- 2,5 ① - Calculer :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  et interpréter géométriquement le résultat obtenu.
- 1,5 ② - Vérifier que :  $(\forall x \in ]0, +\infty[) : f(x) = \frac{1+x \ln x}{x}$  et calculer  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$  puis interpréter le résultat obtenu.
- 0,5 ③ - a - Montrer que :  $f'(x) = \frac{x-1}{x^2}$  pour tout  $x$  de  $]0, +\infty[$ .
- 1 b - Etudier le signe de  $f'(x)$  puis dresser le tableau de variations de  $f$  sur  $]0, +\infty[$ .
- 2 ④ - Calculer  $f''(x)$  pour tout  $x$  de  $]0, +\infty[$ , puis démontrer que  $I\left(2, \frac{1}{2} + \ln 2\right)$  est un point d'inflexion de la courbe  $(\mathcal{C}_f)$ .
- 1,5 ⑤ - a - En utilisant une intégration par partie, calculer :  $\int_1^3 \ln x dx$ .

b - Calculer l'aire de partie hachurée ci-dessous.



1