1Bac-SM 2020-2021	**Révision** **Applications**	GS Ennour Prof: KARIMINE

Exercice 1

On considère l'application f définie par: $f: \left]0;+\infty\right[\to \left]0;+\infty\right[$

$$x \mapsto f(x) = x + \frac{4}{x}$$

❶ Montrer que : $(\forall x \in \left]0;+\infty\right[),\ f\left(\frac{4}{x}\right) = f(x)$. f est-elle injective?

❷ Montrer que : $f(\left]0;+\infty\right[) \subset [4;+\infty[$. f est-elle surjective?

❸ Soit g la restriction de f à l'intervalle $[2;+\infty[$

a) Montrer que : $(\forall y \in \left]4;+\infty\right[), y - 4 - \sqrt{y^2-16} < 0$

b) Montrer que g est bijective de $[2;+\infty[$ dans $[4;+\infty[$

c) Déterminer $g^{-1}(x)$ pour tout x de $[4;+\infty[$

Exercice 2

Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ définie par $f(x) = \dfrac{2x}{1+x^2}$

❶ Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}^*)\,, f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$. f est-elle injective?

❷ Montrer que $f(\mathbb{R}) = [-1, 1]$.f est-elle surjective?

Exercice 3

On considère l'application $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ définie par $f(x) = \dfrac{x(1-x)^2}{(1+x^2)^2}$

❶ Vérifier que $(\forall x \in \mathbb{R}^*)\quad f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$

❷ Montrer que f n'est pas injective

❸ Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R})\quad f(x) \le \frac{1}{4}$

❹ Montrer que f n'est pas surjective

Exercice 4

❶ Monter que l'application $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $(x,y) \mapsto (5x+3y, 3x+5y)$ est injective et surjective.

❷ Monter que l'application $\varphi : [1,+\infty[\to \left]0,\sqrt{3}\right]$

$$x \mapsto \sqrt{x+2} - \sqrt{x-1}$$

Montrer que φ est bijective et donner l'expression de $\varphi^{-1}(x)$ pour tout x de $\left]0,\sqrt{3}\right]$

❸ Montrer que l'application $f : \mathbb{N}\times\mathbb{N} \to \mathbb{N}$, $(p,q) \to (2p+1)2^q$ est injective.