

Exercice 1

On considère les ensembles $E = \{a; b\}$ et $F = \{1; 2\}$.

Déterminer toutes les applications de E dans F et préciser pour chacune d'elles, si elle est injective, surjective, bijective.

Exercice 2

❶ Soit f l'application définie de \mathbb{R} dans \mathbb{R} par $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2x - 3$.

Déterminer $f(\mathbb{R}), f([-4; 0]), f([-2; +\infty[), f^{-1}(\{-5\}), f^{-1}(\mathbb{R})$ et $f^{-1}([0; +\infty[)$.

❷ Soit f l'application définie de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R} par $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, f(x, y) = 2x - 3y$.

Déterminer $f(\Delta)$ avec $\Delta = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x = y\}$ et $f^{-1}(\{0\})$.

❸ Soit f l'application définie de \mathbb{R}^2 dans lui-même par $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, f(x, y) = (x - y, 2x + y)$.

Soit $\Delta = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x = y\}$. Déterminer $f(\Delta)$ et $f^{-1}(\Delta)$.

Exercice 3

Les applications suivantes sont-elles injectives, surjectives, bijectives ?

❶ $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f : n \mapsto n + 1$

❸ $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f : (x, y) \mapsto -x + 5y$

❷ $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f : (x, y) \mapsto (x, y^2 + 1)$

❹ $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}, f : x \mapsto \frac{2x + 1}{x - 1}$

Exercice 4

Soit E un ensemble et A une partie non vide de E telle que $A \neq E$.

On considère les applications f et g définies de $\mathcal{P}(E)$ dans $\mathcal{P}(E)$ par :

$$\forall X \in \mathcal{P}(E), f(X) = A \cup X \text{ et } g(X) = A \cap X$$

Les applications f et g sont-elles injectives ? surjectives ?

Exercice 5

Soit f l'application définie de \mathbb{R} dans \mathbb{R}^2 par $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = (x + 1, 3 - 2x)$

et g l'application définie de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R} par $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, g(x, y) = 2x - 3y$

❶ f et g sont-elles injectives ? surjectives ? bijectives ?

❷ Donner, si elle existe, l'expression de $g \circ f$ puis de $f \circ g$.

❸ $g \circ f$ et $f \circ g$. Sont-elles bijectives ? Si oui, donner l'expression de leur application réciproque.